УДК 004.942
https://doi.org/10.33296/2707-0654-10(20)-10

НАСОНОВА СВІТЛАНА
кандидат технічних наук,
доцент кафедри вищої математики
Український державний хіміко-технологічного
університет, м. Дніпро, Україна
ORCIDiD: https://orcid.org/0000-0002-7228-7499

РИЖКОВ ЕДУАРД
кандидат юридичних наук, доцент, завідувач
кафедри економічної та інформаційної безпеки,
Дніпропетровський державний університет
внутрішніх справ, м. Дніпро, Україна
ORCIDiD: https://orcid.org/0000-0002-6661-4617

ЗАСТОСУВАННЯ ОФІСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ЯК АЛЬТЕРНАТИВА ПРОГРАМНОМУ РОЗВ'ЯЗАННЮ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ НА ГРАФОВІЙ МОДЕЛІ

Анотація. В даний час різні графові моделі широко використовуються для формалізації багатьох прикладних задач як технічного, так і економічного характеру, а розробка ефективних методів чисельної реалізації таких моделей являє теоретичний та практичний інтерес. Традиційно для розв'язання комбінаторних задач на графах розробляються спеціальні алгоритми і відповідне програмне забезпечення. Однак, у випадках, коли в постановку задачі вносяться деякі уточнення або доповнення, це, як правило, призводить до необхідності перегляду алгоритмів її розв'язання та програмного забезпечення. Іншим підходом до розв'язання таких задач є застосування офісних інформаційних технологій, інструментальне середовище яких адаптовано для розв'язання оптимізаційних задач. Такий підхід не вимагає розробки спеціальних алгоритмів і програмного забезпечення. Він менш трудомісткий в реалізації, і, тому популярний в широкому колі користувачів.

Мета статті – показати результативність та ефективність MS Excel для розв'язання комбінаторних задач на графах.

В даній статті на прикладах трьох класичних графових моделей, що застосовуються для формалізації багатьох прикладних економічних задач, розглядаються особливості розв'язання комбінаторних задач на графах в інструментальному середовищі табличного процесора MS Excel. Розглянуті класичні графові моделі, а саме: задача про комівояжера (задача про мінімальний цикл Гамільтона), задача про вартових (задача про найменшу

домінуючу множину вершин графу) та задача про максимальний потік в транспортній мережі. Отриманні в статті результати показують, що багато комбінаторних задач на графах можуть бути достатньо легко переформульовані у вигляді задачі лінійного програмування. Доведено, що MS Excel є ефективною офісною інформаційною технологією розв'язання економічних оптимізаційних задач, що сформульовані на графах.
Ключові слова: офісні інформаційні технології, граф, модель, алгоритм, оптимізація.

Вступ. При розв'язанні багатьох технічних і економічних задач фахівці стикаються з проблемами вибору найкращого (в деякому сенсі) рішення, яке задовольняє заданій системі обмежень. Це, наприклад, задачі ефективного планування виробництва, мінімізація транспортних витрат, оптимальний розподіл ресурсів. Всі ці задачі за своєю суттю – це задачі прийняття оптимальних рішень. Багато з них можуть бути сформульовані в термінах комбінаторних задач на графах. Граф є зручним і зрозумілим способом формалізації задачі. Тому графові моделі розв'язання оптимізаційних задач широко використовуються в техніці та економіці [1, 2, 3, 4], а розробка ефективних методів їх чисельної реалізації являє теоретичний і практичний інтерес [5, 6].

Традиційно для розв'язання комбінаторних задач на графах розробляються спеціальні алгоритми [7, 8, 9, 10, 11] і відповідне програмне забезпечення [6]. Однак, у випадках, коли в постановку задачі вносяться деякі уточнення або доповнення, це, як правило, призводить до необхідності перегляду алгоритмів її розв'язання та програмного забезпечення.

Іншим підходом до чисельного розв'язання таких задач є застосування офісних інформаційних технологій, інструментальне середовище яких адаптовано для розв'язання оптимізаційних задач [5]. Такий підхід не вимагає розробки спеціальних алгоритмів і програмного забезпечення. Він менш трудомісткий в реалізації, і, тому популярний в широкому колі користувачів. В даній статті на прикладах трьох класичних графових моделей, що застосовуються для формалізації багатьох прикладних економічних задач, розглядаються особливості розв'язання комбінаторних задач на графах в інструментальному середовищі табличного процесора MS Excel.

Формування мети статті. Мета даної роботи – показати результативність та ефективність MS Excel для розв'язання комбінаторних задач на графах.

Виклад основного матеріалу. Далі розглядаються три класичні графові моделі: задача про комівояжера, задача про вартових та задача про максимальний потік в транспортній мережі. Усі вони переформулюються в термінах задачі лінійного програмування, для чисельної реалізації якої використовується надбудова MS EXCEL «Пошук рішення».

1. Задача про комівояжера (задача про мінімальний цикл Гамільтона).

Задача про комівояжера ставиться так [12]. Бродячому торговцю потрібно обійти n міст і повернутися назад, відвідуючи кожне місто тільки 1 раз, і при цьому затратити мінімальний час на переходи.

В термінах графів ця задача формулюється таким чином. Нехай $G = \langle V, E \rangle$ – простий зв'язаний граф (V – множина вершин, E – множина ребер), що має, принаймні, два гамільтонових контура, заданий множиною своїх вершин V і матрицею суміжності R. Відома вагова матриця графа Z, елементи якої z_{ij} задають вагу відповідних ребер. Потрібно знайти цикл Гамільтона найменшої ваги (мінімальний цикл Гамільтона).

Сформулюємо задачу комівояжера в термінах задачі лінійного цілочисельного програмування. Нехай n – кількість вершин графа; $I = \overline{1,n}$; J – деяка підмножина множини I ($J \subset I$); x_{ij} – бінарна змінна, яка дорівнює 1, якщо ребро (i, j) з множини E належить оптимальному контуру Гамільтона, та 0 – в іншому випадку. Тоді задачу про комівояжера можна записати у вигляді наступної оптимізаційної моделі:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} z_{ij} r_{ij} \to \min$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} r_{ij} = 1, i \in I;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ji} r_{ji} = 1, i \in I;$$

$$\sum_{i \in I}\sum_{j \in I \setminus J} x_{ij} r_{ij} \geq 1 \text{, } 2 \leq |J| \leq n-2, J \subset I;$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, i, j \in I.$$

Цільовій функції задається вага контуру Гамільтона. Перша група з n обмежень – це умови того, що ступінь входу кожної вершини повинна дорівнювати 1 (в будь-яку вершину можна увійти тільки 1 раз).

Друга група з n обмежень – це умови того, що ступінь виходу кожної вершини повинна дорівнювати 1 (з будь-якої вершини можна вийти тільки 1 раз).

Наступна група обмежень – це умови, які виключають можливу появу неповних циклів. Остання група обмежень задає умови двійковості змінних x_{ij}. Розв'язком сформульованої задачі є оптимальні значення змінних x_{ij}, які визначають ребра графа, що утворюють цикл мінімальної ваги.

В якості прикладу розглянемо задачу вибору мінімального циклу Гамільтона на повному графі G_1, зображеному на рис. 1. Вагова матриця, яка визначає довжину ребер, задана таблицею 1.

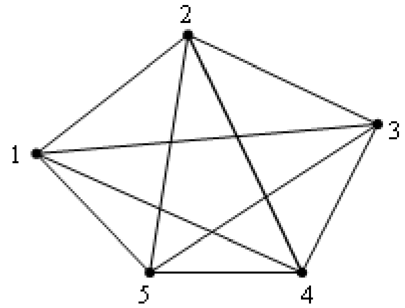

Рис. 1. Граф G_1

Таблиця 1

Матриця Z графу G_1

	1	2	3	4	5
1		30	35	10	5
2	30		5	15	40
3	35	5		35	10
4	10	15	35		20
5	5	40	10	20	

Сформульована вище модель лінійного програмування для графа G_1 має 20 невідомих. Результати її чисельної реалізації в середовищі MS Excel наступні: $x_{12}=0$; $x_{13}=0$; $x_{14}=1$; $x_{15}=0$; $x_{21}=0$; $x_{23}=1$; $x_{24}=0$; $x_{25}=0$; $x_{31}=0$; $x_{32}=0$; $x_{34}=0$; $x_{35}=1$; $x_{41}=0$; $x_{42}=1$; $x_{43}=0$; $x_{45}=0$; $x_{51}=1$; $x_{52}=0$; $x_{53}=0$; $x_{54}=0$.

Таким чином, при вихідних даних, заданих в таблиці 1, отримали такий мінімальний цикл Гамільтона: 1-4-2-3-5-1 (див. рис. 2). Його протяжність дорівнює 45.

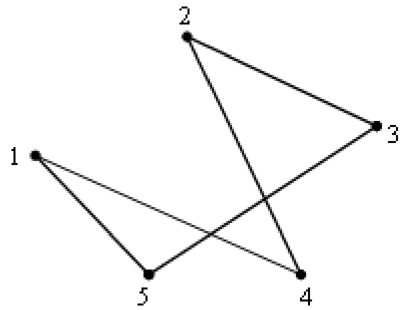

Рис. 2 Мінімальний цикл Гамільтона

2. Задача про вартових (задача про найменшу домінуючу множину вершин графу).

Задача про вартових ставиться так [12]. Маємо n охоронюваних об'єктів. Треба розставити вартових (охоронців) по об'єктам таким чином, щоб усі об'єкти були взяті під контроль при мінімальній кількості вартових.

В термінах графів ця задача формулюється таким чином. Нехай $G=\langle V,E\rangle$– деякий граф, який заданий множиною своїх вершин V і матрицею суміжності R, елементи якої r_{ij} це бінарні параметри, які дорівнюють 1, якщо об'єкт v_j видно (може контролюватися) з об'єкту v_i, та 0 – в іншому випадку. Необхідно знайти домінуючу множину вершин графу, яка має найменшу кількість елементів. (Домінуючою множиною вершин H графу $G=\langle V,E\rangle$ називається така підмножина множини вершин V, що для кожної вершини v_i, яка не входить до H, існує ребро, яке з'єднує хоча б одну вершину множини H з вершиною v_i).

Нехай n – кількість вершин графу G; $x_i(i=\overline{1,n})$ – бінарна змінна, яка дорівнює 1, якщо вершина v_i входить в мінімальну домінуючу множину, і 0 – в іншому випадку. Тоді задачу про вартових можна записати у вигляді наступної задачі лінійного цілочисельного програмування:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i r_{ij} \geq 1,\ j=\overline{1,n};$$

$$x_i \in \{0,1\}, i=\overline{1,n}.$$

Цільовою функцією визначається кількість вершин, включених в домінуючу множину. Перша група з n обмежень – це умови того, що кожна вершина, яка не входить в домінуючу множину, повинна мати загальне ребро хоча б з однією вершиною з домінуючої множини. Друга група з n обмежень – це умови двійковості змінних x_i.

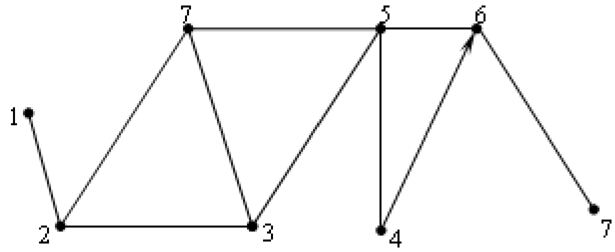

Рис.3. Граф G_2

В якості прикладу знайдемо найменшу домінуючу множину вершин графу G_2, зображеного на рис.3. В сформульованій вище задачі про вартових для графа G_2 маємо 7 невідомих, а її чисельна реалізація в інструментальному середовищі MS Excel дала наступні результати: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 0$; $x_4 = 0$; $x_5 = 1$; $x_6 = 1$; $x_7 = 0$. Таким чином, найменша домінуюча множина вершин графу G_2 складається з вершин 2, 5 та 6, тобто $H_{\min} = \{2,5,6\}$.

3. *Задача про максимальний потік в транспортній мережі.*

В термінах графів задача про максимальний потік в транспортній мережі формулюється таким чином [12]. Нехай $G = \langle V, E \rangle$ – мережа, яка визначена множиною своїх вузлів V, матрицею суміжності R та ваговою матрицею Z, елементи якої z_{ij} задають пропускну спроможність відповідних ребер. Задані виток і стік мережі, відповідно вузли v_t v_q. Потрібно знайти максимальний потік в мережі.

Зазначимо, що потік в мережі – це функція, яка кожному ребру мережі ставить у відповідність невід'ємне число, яке дорівнює фактичній кількості продукту, що проходить через ребро за одиницю часу. Величина потоку в мережі оцінюється кількістю продукту, який входить до стоку за одиницю часу. Потік є максимальним, якщо його величина дорівнює пропускній спроможності мережі.

Сформулюємо цю задачу як задачу лінійного програмування. Нехай n – кількість вузлів в мережі; $x_{ij}(0 \le x_{ij} \le z_{ij})$ – змінна, яка дорівнює фактичній кількості продукту, що проходить через ребро $(i, j) \subset E$ за одиницю часу. Тоді задачу про максимальний потік можна записати у вигляді наступної оптимізаційної моделі:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{iq} r_{iq} \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{tj} r_{tj} = \sum_{i=1}^{n} x_{iq} r_{iq};$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ik} r_{ik} = \sum_{j=1}^{n} x_{kj} r_{kj}, k = \overline{1,n}, k \ne t, k \ne q;$$

$$0 \le x_{ij} \le z_{ij}, i, j \in \overline{1,n}.$$

Цільова функція визначає величину потоку в мережі.

Перше обмеження – це умова того, що кількість продукту, який виходить з витоку, повинна дорівнювати кількості продукту, який заходить у стік (розглядається ідеальна мережа, в якій немає втрати продукту). Наступна група з $n-2$ обмежень – це балансові умови для проміжних вузлів. Їх зміст у тому, що в кожний проміжний вузол повинно увійти та вийти з нього однакова кількість продукту. Остання група обмежень – це граничні умови значень невідомих x_{ij}.

Розв'язком сформульованої задачі є оптимальні значення невідомих x_{ij}, які визначають максимальний потік в мережі та кількість продукту, який проходить скрізь відповідні ребра. В якості прикладу знайдемо максимальний потік в мережі, яка зображена на рис. 4. Пропускна спроможність ребер задана ваговою матрицею (табл.2).

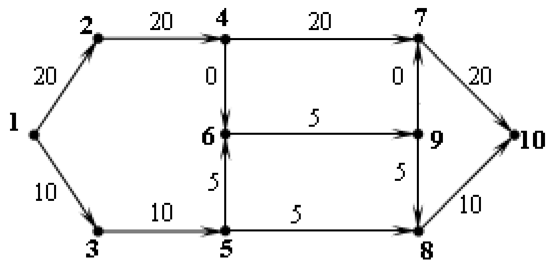

Рис. 4. Мережа G_3. Виток – вузол 1, стік – вузол 10.

Таблиця 2

Матриця Z мережі G_3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		20	20							
2				30						
3					20					
4						15	30			
5						5		5		
6									10	
7										20
8										30
9							20	20		
10										

Задача про максимальний потік на графі G_3 має 13 невідомих. Її рішення в середовищі MS Excel дало наступні результати: $x_{12} = 20$; $x_{13} = 10$; $x_{24} = 20$; $x_{35} = 10$; $x_{47} = 20$; $x_{46} = 0$; $x_{58} = 5$; $x_{56} = 5$; $x_{69} = 5$; $x_{97} = 0$; $x_{710} = 20$; $x_{98} = 5$; $x_{810} = 15$. Таким чином, пропускна спроможність мережі G_3 дорівнює $x_{710} + x_{810} = 30$. Відповідний цьому значенню пропускної спроможності розподіл продукту по ребрам показаний на рис.4.

Висновки. Отриманні в статті результати показують, що багато комбінаторних задач на графах можуть бути достатньо легко переформульовані у вигляді задачі лінійного програмування. Для вирішення таких задач добре пристосований табличний процесор MS Excel, навіть у випадку їх достатньо великої розмірності. Це робить MS Excel ефективною офісною інформаційною технологією розв'язання економічних оптимізаційних задач, що сформульовані на графах.

Використана література

1. Кочкаров А.А. Теория графов и классические задачи прикладной математики в экономике. М.: КноРус, 2020. 248 с.
2. Ловас Л. Прикладные задачи теории графов. М.: Вузовская книга, 2008. 443 с.
3. Уилсон Р. Введение в теорию графов: Пер. с англ. И. Красикова. К: Диалектика, 2019. 240 с.
4. Костюкова Н. И. Графы и их применение. Комбинаторные алгоритмы для программистов. М.: БИНОМ, 2007. 310 с.
5. Алексеев В. Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий, 2012. 320 с.
6. Касьянов В. Н. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение: СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 1104 с.
7. Макаровских Т. Комбинаторика и теория графов. СПб: Ленанд, 2016. 216 с.
8. Diestel R. Graph Theory. New York: Springer, 2005. 410 p.

9. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах: Пер. с англ. М.: Вильямс, 2008. 323 с.

10. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику: Пер. с англ. СПб.: Питер, 2006. 468 с.

11. Ralucca Gera, Stephen T. Hedetniemi, Teresa W. Haynes Graph theory: favorite conjectures and open problems-2 (problem books in mathematics). New York: Springer, 2005. 287 p.

12. Семенец С.Н., Насонова С.С. Моделирование комбинаторных задач на графах в терминах задачи математического программирования. *Вісник ПДАБА*. 2015. №11. С.73-81.

References

1. Kochkarov A.A. Teoriya grafov i klassicheskie zadachi prikladnoy matematiki v ekonomike [Graph theory and classical problems of applied mathematics in economics]. Moscow: KnoRus Publ., 2020, 248 p. [Russia].

2. Lovas L. Prikladnyie zadachi teorii grafov [Applied problems of graph theory]. Moscow: Vuzovskaya kniga Publ., 2008. 443 p. [Russia].

3. Uilson R. Vvedenie v teoriyu grafov: Per. s angl. I. Krasikova. [Introduction to graph theory]. Kiev: Dialektika Publ., 2019, 240 p. [Ukraine].

4. Kostyukova N. I. Grafyi i ih primenenie. Kombinatornyie algoritmyi dlya programmistov [Graphs and their application. Combinatorial algorithms for programmers]. Moscow: BINOM Publ., 2007, 310 p. [Russia].

5. Alekseev V. E. Grafyi i algoritmyi. Strukturyi dannyih. Modeli vyichisleniy [Graphs and algorithms. Data structures. Computation models]. Moscow: Internet-Universitet Informatsionnyih Tehnologiy Publ., 2012, 320 p. [Russia].

6. Kasyanov V. N. Grafyi v programmirovanii: obrabotka, vizualizatsiya i primenenie [Graphs in programming: processing, visualization and application]. Saint Petersburg: BHV-Peterburg Publ., 2003, 1104 p. [Russia].

7. Makarovskih T. Kombinatorika i teoriya grafov [Combinatorics and Graph Theory]. Saint Petersburg: Lenand Publ., 2016, 216 p. [Russia].

8. Diestel R. Graph Theory. New York: Springer Publ., 2005, 410 p. [USA].

9. Maynika E. Algoritmyi optimizatsii na setyah i grafah [Optimization algorithms on networks and graphs]. Moscow: Vilyams, 2008, 323 p. [Russia].

10. Kofman A. Vvedenie v prikladnuyu kombinatoriku [Introduction to applied combinatorics]. Saint Petersburg: Piter Publ., 2006, 468 p. [Russia].

11. Ralucca Gera, Stephen T. Hedetniemi, Teresa W. Haynes Graph theory: favorite conjectures and open problems-2 (problem books in mathematics). Springer Publ., 2005, 287 p. [USA].

12. Semenets S.N., Nasonova S.S. Modelirovanie kombinatornyih zadach na grafah v terminah zadachi matematicheskogo programmirovaniya [Modeling combinatorial problems on graphs in terms of a mathematical programming problem]. Dnipropetrovsk: Visnik PDABA Publ., 2015, №11, P.73-81. [Ukraine].

Светлана Сергеевна Насонова
кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики
Украинский государственный химико-технологический университет
г. Днепр, Украина

Эдуард Владимирович Рыжков
кандидат юридических наук, доцент,
заведующий кафедрой экономической и информационной безопасности
Днепропетровский государственный университет внутренних дел
г. Днепр, Украина

ПРИМЕНЕНИЕ ОФИСНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КАК АЛЬТЕРНАТИВА ПРОГРАММНОМУ РЕШЕНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ГРАФОВОЙ МОДЕЛИ

Аннотация. В настоящее время различные графовые модели широко используются для формализации многих прикладных задач как технического, так и экономического характера, а разработка эффективных методов численной реализации таких моделей представляет теоретический и практический интерес. Традиционно для решения комбинаторных задач на графах разрабатываются специальные алгоритмы и соответствующее программное обеспечение. Однако, в случаях, когда в постановку задачи вносятся некоторые уточнения или дополнения, это, как правило, приводит к необходимости пересматривать алгоритмы ее решения и программное обеспечение. Другим подходом к численному решению таких задач является применение офисных информационных технологий, инструментальная среда которых адаптирована для решения оптимизационных задач. Такой подход не требует разработки специальных алгоритмов и программного обеспечения. Он менее трудоемкий в реализации, и, потому пользуется популярностью в широком кругу пользователей.

Цель статьи – показать результативность и эффективность табличного процессора MS Excel для решения комбинаторных задач на графах.

В данной статье на примерах трех графовых моделей, которые используются для формализации многих прикладных экономичных задач, рассматриваются особенности решения комбинаторных задач на графах в инструментальной среде табличного процессора MS Excel. Рассмотрены классические графовые модели, а именно: задача коммивояжера (задача о минимальном цикле Гамильтона), задача о часовых (задача о наименьшем доминирующем множестве вершин графа) и задача о максимальном потоке в транспортной сети. Полученные в статье результаты показывают, что многие из комбинаторных задач на графах могут быть достаточно легко переформулированы в виде задачи линейного программирования. Доказано, что MS Excel является эффективной офисной информационной технологией решения экономических оптимизационных задач, сформулированных на графах.

Ключевые слова: офисные информационные технологии, граф, модель, алгоритм, оптимизация.

Svitlana S.Nasonova
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Higher Mathematics
Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro, Ukraine

Eduard V.Ryzhkov
Candidate of Law, Associate Professor,
Head of the Department of Economic and Information Security,
Dnipropetrovsk State University of Internal Affairs, Dnipro, Ukraine

APPLYING OF OFFICE INFORMATION TECHNOLOGIES AS AN ALTERNATIVE TO THE PROGRAMMATIC SOLUTION OF ECONOMIC PROBLEMS ON THE GRAPH MODEL

Abstract. Currently, various graph models are widely used to formalize many applied problems of both technical and economic nature, and the development of effective methods for the numerical implementation of such models is of theoretical and practical interest. Traditionally, special algorithms and corresponding software are developed to solve combinatorial problems on graphs. However, in cases where some clarifications or additions are made to the problem statement, it leads to the need to revise the algorithms for its solution and software. Another approach to the numerical solution of such problems is the use of office information technologies, the instrumental environment of which is adapted for solving optimization problems. This approach does not require the development of special algorithms and software. It is less laborious to implement, and therefore is popular with a wide range of users.

The purpose of the article is to show the effectiveness and efficiency of the MS Excel processor for solving combinatorial problems on graphs.

In this article, using examples of three graph models that are used to formalize many applied economic problems, the features of solving combinatorial problems on graphs in the instrumental environment of the MS Excel processor are considered. The classical graph models are considered, namely: the traveling salesman problem (the Hamilton minimum cycle problem), the sentry problem (the problem of the smallest dominating set of graph vertices) and the maximum flow problem in the transport network. The results obtained in this article show that many of the combinatorial problems on graphs can be quite easily reformulated as a linear programming problem. It is proved that MS Excel is an effective office information technology for solving economic optimization problems formulated on graphs.

Key words: office information technologies, graph, model, algorithm optimization.